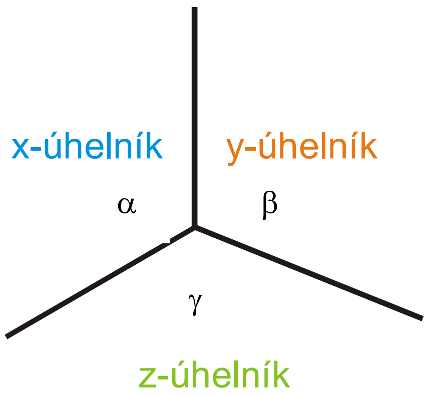
Pracovní list č. 1 – Parketáž

Vytvořit parketáž znamená zcela pokrýt rovinu obrazci, přičemž pokrytí bude v obou směrech periodické.

Nyní budeme hledat takové tři pravidelné mnohoúhelníky, kdy všechny budou mít stejnou délku strany, aby jimi bylo možné úplně pokrývat rovinu.



Pro úplné pokrytí roviny musí při dotyku vrcholů tří mnohoúhelníků vždy platit $\alpha + \beta + \gamma = 360^0$.

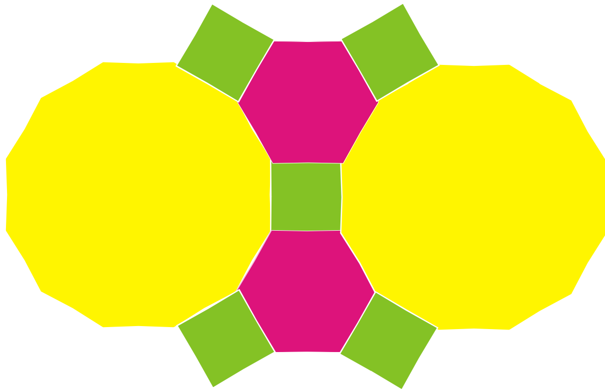
Protože pro obvodový úhel pravidelného n-úhelníka platí $\alpha = \frac{(n-2)\,.\,180^0}{n}$, dostáváme základní rovnici pro dotykový bod tří mnohoúhelníků:

$$\frac{(x-2)\,.\,180^0}{x} + \frac{(y-2)\,.\,180^0}{y} + \frac{(z-2)\,.\,180^0}{z} = 360^0$$

- Dokažte, že uvedenou rovnici lze upravit na tvar $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$.
- Ověřte, že řešením rovnice je trojice čísel [x, y, z] = [4, 6, 12].

Lze tedy rovinu pokrýt kombinací pravidelných dvanáctiúhelníků, čtverců a pravidelných šestiúhelníků.

Na obrázku je znázorněná část parketáže, jejíž pravidelné mnohoúhelníky byly získány z uvedené rovnice.



- Najděte další řešení rovnice $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$ v oboru přirozených čísel. Uvažujte např. tak, z jakých zlomků lze složit jednu polovinu.

  Nalezená řešení doplňte do tabulky.

x	y	z
8	4	6

Počet řádků tabulky odpovídá počtu **všech** řešení, která pro neomezené pokládání v rovině mají smysl. Naleznete je?

- Stanovte výchozí podmínku pro parketáž vytvářenou dotykem **čtyř** pravidelných mnohoúhelníků, sestavte příslušnou rovnici a upravte ji na tvar $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}=1$.
- Pokuste se nalézt alespoň některá řešení v oboru přirozených čísel.

x	y	z	u

- Posuďte, zda parketáž na obrázku odpovídá řešení rovnice $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}=1$.