

13. Parketáž

František Jáchim, ZŠ Dukelská Strakonice

Anotace

Příklad představuje použití konkrétního pracovního listu při online výuce. Konkrétně se jedná o pracovní list zaměřený na téma parketáže. Žáci zkoumají a formulují podmínky, které musí splňovat pravidelné mnohoúhelníky, aby mohly být použity pro úplné periodické pokrytí roviny.

Základní informace	
Autor:	PaedDr. František Jáchim ZŠ Dukelská Strakonice frantisek.jachim@kabinety.cz
Stupeň vzdělávání:	základní škola, 2. stupeň
Tematický celek:	Pravidelné mnohoúhelníky. Úplné pokrytí roviny.
Třída (věk žáků):	9. třída
Nástroje online výuky:	Microsoft Teams

Soubory	
Přílohy:	PL01 Parketáž.pdf PL01 Parketáž.docx Parketáž – Příloha – Fotografie.pdf

Kontext

Představený pracovní list je součástí rozsáhlého souboru 25 pracovních listů, obsahově různě zaměřených a pokrývajících učivo základní školy, které je předmětem souhrnného opakování ke konci 9. ročníku. Učivo je zde předkládáno v širších souvislostech, v některých případech je rozšiřující, u některých pracovních listů je s vazbou na další předměty.

Při práci s pracovními listy jsou žáci vedeni k hlubší myšlenkové aktivitě a větší pestrosti nalézaných řešení. U řad úkolů se předpokládá vzájemná konzultace mezi žáky i mezi žáky a učitelem. Žáci jsou vedeni i k tomu, aby svoje řešení dokázali zdůvodnit, obhájit nebo upravit. Pracovní listy mohou být využity k individuálnímu přístupu k žákům vzhledem k jejich schopnostem a zájmům. Některé pracovní listy jsou určeny žákům s hlubším zájmem o matematiku.

Cíle

Znalost podmínek, které musí splňovat mnohoúhelníky pro úplné periodické pokrytí roviny, a schopnost tyto podmínky prezentovat a použít.

Forma

Synchronní výuka.

Prostřednictvím obr. 1 a obr. 2, viz příloha, lze uvést zajímavosti ze zeměpisu a historie. Na obr. 1 (a) je přehradní hráz vodního díla Pastviny vyzděná ze žulových kamenů, jejichž čelo má tvar pětiúhelníku, viz obr 1 (b). Na obr. 2 (b) je dlažba v kostele sv. Jana Nepomuckého ve Žďáru nad Sázavou, viz obr. 2 (a), vytvořená základním tvarem pravidelného pětiúhelníku doplněná kosočtverci tak, aby ji bylo možné pokládat v neomezené rovině. Žáci mohou být vyzváni k tomu, aby k objektům na obrázcích zjistili doplňující informace.

Metodické poznámky k použití pracovního listu

Pracovní list **Parketáž**, zadání pro žáky viz soubor [PL01 Parketáž.docx](#), je určen pro žáky se zájmem o matematiku. Učitel dovede žáka k poznání významu podmínky ve formě rovnice, která musí být splněna pro dotkový bod tří pravidelných mnohoúhelníků (dlaždic), jak je uvedena v úvodu pracovního listu (PL). Řešení rovnice hledají empiricky. Na žácích lze požadovat grafické vyjádření řešení – buď formou konstrukce nebo manipulace s mnohoúhelníky a vytváření parketáže, po vystřížení potřebných mnohoúhelníků. Žáci své výtvary fotografují a sdílejí prostřednictvím MS Teams, případně jiného vhodného společného prostředí. Žáci touto činností procvičují mimo jiné i konstrukci pravidelných n-úhelníků.

Možnosti využití pracovních listů při online výuce:

a) Pracovní listy mají žáci k dispozici ke stáhnutí jak ve formátu *docx*, tak i ve formátu *pdf*. Někteří žáci wpisují svá řešení prostřednictvím MS Word přímo do listu a ve formátu *docx* odesílají zpět učiteli. Jiným žákům vyhovoval spíše systém ručního doplňování vytisknutého pracovního listu. Učitelé potom odeslali sken (buď použili skener, nebo příslušnou aplikaci pro mobilní telefon, např. Office Lens). Ukázalo se, že tento druhý způsob je pro žáky, kteří mají vhodné technické vybavení, přijatelnější. Výhodou ručního zápisu pro učitele je pak to, že je z něj mnohdy více patrné, jak žák uvažoval.

b) Pracovní listy se žákům zobrazí a jsou vyzváni k bezprostřednímu řešení problému. K jeho zápisu použijí papír. Prostřednictvím MS Teams je pak učitel oslovuje, aby svá řešení prezentovali. Buď opět sdílejí skeny svých řešení, nebo vedou učitele k zápisu řešení na Whiteboard nebo jinou sdílenou pracovní plochu. Cenná je zde možnost uskutečnění dialogu.

Poznámka: Pracovní listy lze využít také v prezenční výuce, a to následujícími způsoby:

a) V tištěné podobě je možné rozdat stejný pracovní list skupině žáků k domácímu zpracování a následně prezentaci ve škole. Řešení si členové skupiny porovnávají, ostatní žáci ve třídě sledují a mohou klást otázky.

b) Prezentace pracovního listu na IT (interaktivní tabule, projekce monitoru počítače) a podle návrhu žáků vpisování řešení.

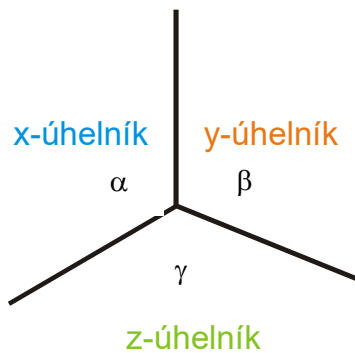
Realizace

Zde je uvedena kopie pracovního listu, jeho originál, připravený pro použití ve výuce je dostupný prostřednictvím odkazu v souboru [PL01 Parketáž.pdf](#).

Pracovní list č. 1 – Parketáž

Vytvořit parketáž znamená zcela pokrýt rovinu obrazci, přičemž pokrytí bude v obou směrech periodické.

Nyní budeme hledat takové tři pravidelné mnohoúhelníky, kdy všechny budou mít stejnou délku strany, aby jimi bylo možné úplně pokrývat rovinu.



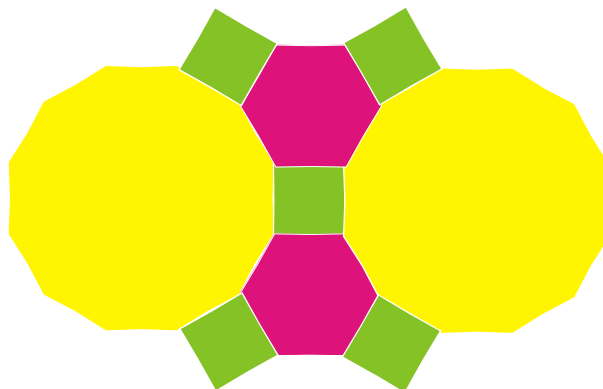
Pro úplné pokrytí roviny musí při dotyku vrcholů tří mnohoúhelníků vždy platit $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$.

Protože pro obvodový úhel pravidelného n -úhelníka platí $\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, dostáváme základní rovnici pro dotykový bod tří mnohoúhelníků:

$$\frac{(x-2) \cdot 180^\circ}{x} + \frac{(y-2) \cdot 180^\circ}{y} + \frac{(z-2) \cdot 180^\circ}{z} = 360^\circ$$

- Dokažte, že uvedenou rovnici lze upravit na tvar $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$.
- Ověřte, že řešením rovnice je trojice čísel $[x, y, z] = [4, 6, 12]$.
Lze tedy rovinu pokrýt kombinací pravidelných dvanáctiúhelníků, čtverců a pravidelných šestiúhelníků.

Na obrázku je znázorněná část parketáže, jejíž pravidelné mnohoúhelníky byly získány z uvedené rovnice.



- Najděte další řešení rovnice $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ v oboru přirozených čísel. Uvažujte například, z jakých zlomků lze složit jednu polovinu. Nalezená řešení doplňte do tabulky.

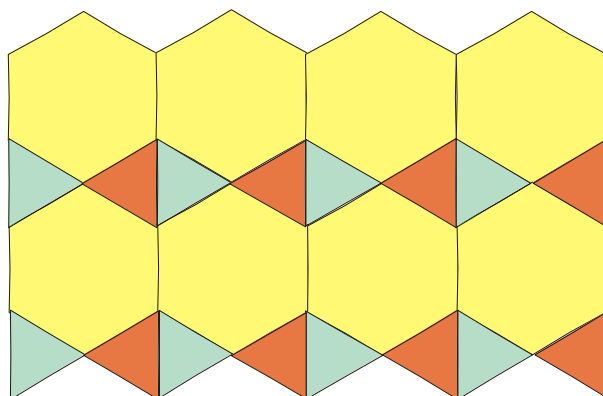
x	y	z
8	4	6

Počet řádků tabulky odpovídá počtu **všech** řešení, která pro neomezené pokládání v rovině mají smysl. Naleznete je?

- Stanovte výchozí podmínku pro parketaž vytvářenou dotykem **čtyř** pravidelných mnohoúhelníků, sestavte příslušnou rovnici a upravte ji na tvar $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = 1$.
- Pokuste se nalézt alespoň některá řešení v oboru přirozených čísel.

x	y	z	u

- Posuďte, zda parketaž na obrázku odpovídá řešení rovnice $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = 1$.



Shrnutí, zhodnocení, klady a zápory použité metody

Ukázalo se, že pro žáky je obsah pracovního listu zajímavý. Pokoušeli se nalézt i jiné typy parketází při užití nepravidelných n -úhelníků.

Zpracovávání pracovního listu žáky ukázalo, že je vhodné čas na řešení problému prodloužit na cca 10 dnů, přičemž současně může být prováděna online výuka s využitím dalších pracovních listů.

Poznámky pro další použití, co ponechat, co a jak změnit

Obsahově pracovní list plně vyhovuje.

Zdroje informací

Tessellations by Polygons [online]. *Math and the Art of M. C. Escher*, 2017. [cit. 12. 12. 2020]. Dostupné z: https://mathstat.slu.edu/escher/index.php/Tessellations_by_Polygons

Kaplan, C. The trouble with five [online]. *Plus magazine*. University of Cambridge, 2007. [cit. 12. 12. 2020]. Dostupné z: <https://plus.maths.org/content/os/issue45/features/kaplan/index>

Kontaktní osoba

PaedDr. František Jáchim
Základní škola Dukelská
Dukelská 166
386 01 Strakonice
frantisek.jachim@kabinety.cz

Příloha – Obrázky



Obr. 1 (a): Vodní dílo Pastviny (zdroj: autor)



Obr. 1 (b): Vodní dílo Pastviny – detail vyzdívky hráze (zdroj: autor)



Obr. 2 (a): Poutní kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře,
Žďár nad Sázavou (zdroj: autor)



Obr. 2 (b): Poutní kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře,
Žďár nad Sázavou – detail dlažby (zdroj: autor)